

Компьютерное двумерное моделирование системы жидкостного охлаждения микрозахвата

И. Ш. НАСИБУЛЛАЕВ^{1,*}, О. В. ДАРИНЦЕВ^{1,2}

¹Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, 450054, Уфа, Россия

²Уфимский государственный авиационный технический университет, 450008, Уфа, Россия

*Контактный автор: Насибуллаев Ильдар Шамилович, e-mail: sp.ishn@gmail.com

Поступила 27 июля 2020 г., доработана 14 декабря 2020 г., принята в печать 21 декабря 2020 г.

Представлено компьютерное численное моделирование системы жидкостного охлаждения камеры микрозахвата. Построены математические модели течения жидкости, переноса тепла жидкостью, теплообмена между жидкостью и радиатором, теплообмена между радиатором и элементом Пельтье. Определено влияние геометрических и физических параметров камеры микрозахвата на эффективность системы охлаждения, а также найдена зависимость максимальной температуры, установившейся на радиаторе, от скорости течения охлаждающей жидкости и коэффициента теплопередачи между радиатором и жидкостью для стационарного течения. Проведено исследование влияния нестационарного течения жидкости на колебания температуры радиатора. На основе результатов численного моделирования предложены простые аналитические формулы, которые можно использовать в программном обеспечении системы управления микрозахватом.

Ключевые слова: гидродинамика, теплоперенос, микрозахват, метод конечных элементов, ортогональный центральный композиционный план.

Цитирование: Насибуллаев И.Ш., Даринцев О.В. Компьютерное двумерное моделирование системы жидкостного охлаждения микрозахвата. Вычислительные технологии. 2021; 26(2):4–20. DOI:10.25743/ICT.2021.26.2.002.

Введение

В последнее время математическое и компьютерное моделирование микрофлюидных систем активно развивается в связи с разработкой новых типов микроустройств [1]. Благодаря особенностям течения жидкости в микросистемах, таким как ламинарный режим течения (малые числа Рейнольдса) и конвективный теплоперенос (большие числа Пекле) [2], становится возможной разработка эффективных систем доставки и дозирования жидкости [3] и миниатюрных систем охлаждения [4].

Интенсивный рост производства микроэлектромеханических систем, широкое внедрение микророботов и микротехнологических комплексов — весомый стимул для разработки новых перспективных устройств, обеспечивающих бережное манипулирование микрокомпонентами [5]. Авторами настоящей работы разработан и исследуется капиллярный микрозахват для манипуляции с плоскими микрообъектами и мембранами, обладающими достаточной площадью плоской стороны, удержание которых пальцевыми захватами невозможно [6]. Создание макета данного микрозахвата, построенного на

базе элемента Пельтье, предполагает использование системы охлаждения горячей поверхности элемента. Отвод тепловой мощности от элемента Пельтье требует разработки миниатюрного насоса, а обеспечение режимов работы микрозахвата — соответствующей математической модели, учитывающей специфику микрофлюидики.

Эффективность системы охлаждения зависит от охлаждающего вещества. В работе [7] проведено сравнение эксперимента с моделированием системы охлаждения камеры с помощью элемента Пельтье при двух вариантах отвода тепла: это создаваемый вентилятором воздушный поток или текущая через радиатор жидкость. При расходе жидкости порядка 20 мл/с обеспечивался отвод тепловой мощности до 230 Вт. Жидкостное охлаждение позволяло снизить температуру на 19 °С, а воздушное — на 10 °С. Показано, что с уменьшением размера камеры эффективность жидкостного охлаждения по сравнению с воздушным возрастает. Жидкостная система охлаждения более компактна (вместо радиатора с вентилятором остается только радиатор с расположенными внутри трубками), но для циркуляции жидкости требуется наличие внешнего насоса.

Насосы разрабатываются для определенной области применения [8]. Для системы охлаждения микрозахвата сложно подобрать микронасос, имеющий малый размер, достаточный расход жидкости и гибкую систему управления расходом жидкости. Для решения этой проблемы предложена идея микронасоса, состоящего из упругой трубки с размещенной на ней системой кольцевых пьезоэлементов. Модели течения жидкости через статическое гидросопротивление [9] сложно адаптировать для моделирования пьезоэлектрического микронасоса. Поэтому были разработаны алгоритмы моделирования течения жидкости в канале с динамически изменяемой геометрией [10]. В работе [11] модель была расширена: деформация трубки рассчитывалась с помощью уравнений упругости, решаемых на ее стенке. В работе [12] представлены математическая и компьютерная модели пьезоэлектрического микронасоса и аналитическая формула для программной части системы управления устройством в реальном времени. Разработана модель микронасоса, создающего течение жидкости (с расходом до 50 мкл/с) в плоском канале с помощью погруженного в него пьезоэлемента с поперечным изгибом [13].

Для определения параметров рабочего режима технического устройства (или изменения параметров при переходе с одного режима на другой) необходимо провести полное численное моделирование устройства по многопараметрическому набору входных данных. Методом полного факторного вычислительного эксперимента [14] можно определить степень влияния входных параметров и их взаимовлияния на выходные параметры режима работы устройства. Использование факторных вычислительных экспериментов второго порядка позволяет установить нелинейную связь между параметрами [15]. Результатом факторного вычислительного эксперимента является аналитическая функция, соответствующая с определенной точностью полному численному моделированию, которая может использоваться в программном обеспечении системы управления устройством в реальном времени.

В настоящей работе проводится анализ эффективности жидкостной системы охлаждения в зависимости от конструкции камеры микрозахвата и ее физических параметров. Результаты моделирования могут использоваться при разработке камеры и системы охлаждения микрозахвата, они позволяют определить необходимые параметры насоса, прокачивающего охлаждающую жидкость, обеспечивают набор численных данных для программного аналитического модуля системы управления микронасосом и микрозахватом.

1. Основные уравнения

Система уравнений, описывающая теплообмен в жидкостной системе охлаждения, включает в себя уравнение течения жидкости Навье–Стокса, уравнения непрерывности и теплопроводности.

Объемная плотность ρ при нагреве жидкости изменяется в рабочем диапазоне температур T не более, чем на 4% (при сравнении жидкости на входном отверстии и вблизи радиатора), поэтому в модели рассматривается течение несжимаемой жидкости с постоянной плотностью (уравнение Навье–Стокса [16]):

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}. \quad (1)$$

Здесь $\rho = \rho(T)$; $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ — вектор скорости жидкости; t — время; ∇ — оператор набла; p — давление; $\mu = \mu(T)$ — динамическая вязкость; Δ — оператор Лапласа; $\mathbf{g} = (g_x, g_y)$ — вектор ускорения свободного падения.

Уравнение непрерывности имеет вид $\partial \rho / \partial t + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0$, где, в общем случае, плотность зависит от давления (непосредственно) и времени (через зависимость плотности от температуры) $\rho = \rho(p, t)$. Используя правило дифференцирования сложной функции, получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial p}{\partial t},$$

где c_f — скорость звука в жидкости, определяемая соотношением $c_f = \sqrt{K_f / \rho}$, K_f — объемный модуль упругости жидкости. Поскольку изменения плотности вдоль линий потока жидкости в рассматриваемой системе незначительны, плотность можно считать постоянной и уравнение неразрывности примет вид

$$\frac{1}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

В этом выражении величина $1/K_f$ мала (для воды $1/K_f \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$) и основным является второе слагаемое $\nabla \mathbf{u}$. Если пренебречь первым слагаемым, получится условие непрерывности для несжимаемой жидкости $\nabla \mathbf{u} = 0$.

Распространение тепла в жидкости описывается уравнением теплопроводности [16]

$$c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad (3)$$

где $c_p = c_p(T)$ — изобарная удельная теплоемкость; $\lambda = \lambda(T)$ — коэффициент теплопроводности. Распространение тепла в радиаторе описывается следующим уравнением [17]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi_r \Delta T, \quad (4)$$

где χ_r — коэффициент температуропроводности радиатора.

Уравнения (1)–(4) записывались в вариационной форме и решались численно в пакете компьютерного моделирования дифференциальных уравнений методом конечных элементов *FreeFem++* [18]. Дискретизация по времени уравнения Навье–Стокса (1) проводилась по схеме второго порядка Кранка–Николсон [19], а для уравнений непрерывности (2) и теплопроводности (3), (4) — по неявной схеме Эйлера первого порядка.

Уравнения гидродинамики (1), (2) в вариационной форме записывались в виде

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{u}, p) &= F_0(\mathbf{u}, p) + F_1(\mathbf{u}^{n+1}, p^{n+1}) + F_1(\mathbf{u}^n, p^n) = 0, \\
 F_0(\mathbf{u}, p) &= \int_{\Omega} 2\rho \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\tau} \mathbf{w} \, d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_p \frac{p^{n+1} - p^n}{\tau} q \, d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} q \, d\Omega, \\
 F_1(\mathbf{u}, p) &= \int_{\Omega} \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \mathbf{w} \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \mathbf{w} \, d\Omega + \int_{\Omega} \mu \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{w} \, d\Omega - \int_{\Omega} \rho \mathbf{g} \mathbf{w} \, d\Omega,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где \mathbf{w} и q — пробные функции для переменных \mathbf{u} и p ; искусственная сжимаемость $\varepsilon_p = 1/K_f$ использовалась для повышения устойчивости численной схемы.

Уравнения (5) являются нелинейными и решаются итерационным методом Ньютона:

$$F(\mathbf{u}, p) + dF(\mathbf{u}, p, \delta \mathbf{u}, \delta p) = 0,$$

где дифференциал $dF(\mathbf{u}, p)$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 dF(\mathbf{u}, p, \delta \mathbf{u}, \delta p) &= \int_{\Omega} 2\frac{\rho}{\tau} \delta \mathbf{u} \mathbf{w} \, d\Omega + \int_{\Omega} \rho((\delta \mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}^{n+1}) \mathbf{w} \, d\Omega + \\
 &+ \int_{\Omega} \rho((\mathbf{u}^{n+1} \nabla) \delta \mathbf{u}) \mathbf{w} \, d\Omega + \int_{\Omega} \mu \nabla \delta \mathbf{u} \nabla \mathbf{w} \, d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\rho}{\tau} \delta p \nabla q \, d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \delta \mathbf{u} q \, d\Omega.
 \end{aligned}$$

На k -й итерации решение обновлялось $\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^{k-1} + \delta \mathbf{u}$, $p^k = p^{k-1} + \delta p$, пока невязка $\|F\|$ не станет меньше заданной величины ε_F и невязка решений $\max(\|\delta \mathbf{u}\|, \|\delta p\|) \leq \varepsilon_\delta$. Для повышения устойчивости схемы Ньютона начальное приближение решения на $k = 0$ итерации находилось решением уравнения $F(\mathbf{u}, p) = 0$ с линеаризацией нелинейного конвективного слагаемого по схеме Пикарда $(\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} \rightarrow (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1}$.

Поле температур T в жидкости определялось решением уравнения теплопроводности (h — пробная функция)

$$\int_{\Omega} \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} h \, d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla) T h \, d\Omega + \int_{\Omega} \chi \nabla T \nabla h \, d\Omega = 0,$$

а поле температур T в радиаторе (h_r — пробная функция) — уравнения

$$\int_{\Omega} \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} h_r \, d\Omega + \int_{\Omega} \chi_r \nabla T \nabla h_r \, d\Omega = 0.$$

Начальные условия соответствуют покоящейся жидкости $u_x = u_y = 0$ и равномерному распределению температуры $T = T_0$.

На рис. 1 обозначены границы изучаемой модели: внутренняя стенка Γ_1 ; контакт радиатор – жидкость Γ_2 ; входное Γ_3 и выходное Γ_4 отверстия; контакт радиатор – элемент Пельтье Γ_5 . Рассматривается геометрия с вертикальным G_1 и горизонтальным G_2 расположением входного и выходного каналов. Геометрия в горизонтальной плоскости $G_3(i)$ строится с различным количеством радиаторов $i = 1, 2, 3, 5$. Отметим, что G_1 , G_2 и $G_3(i)$ не являются сечениями одной конструкции, а относятся к разным вариантам конструкции микрозахвата.

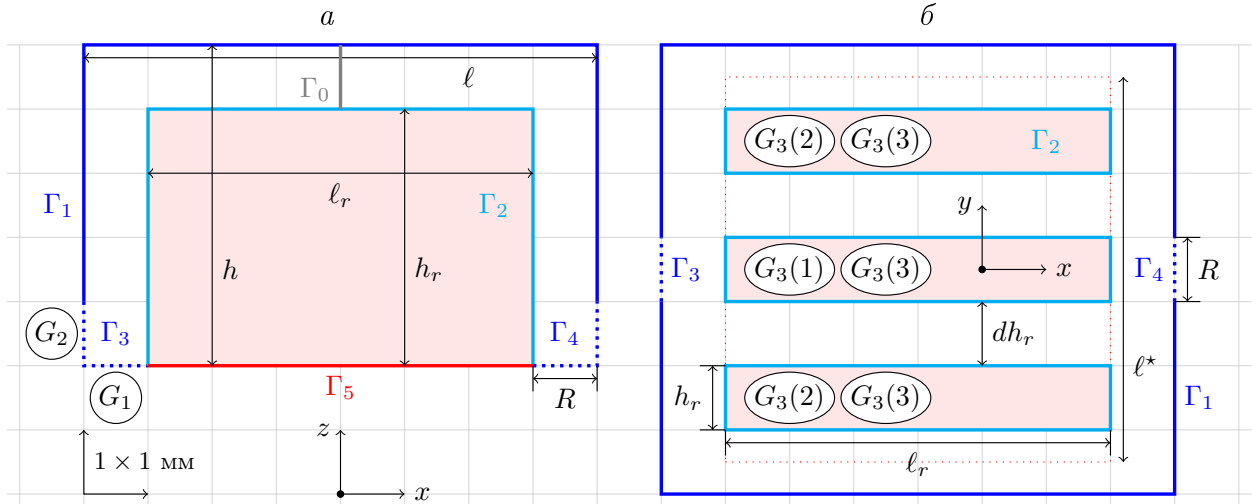


Рис. 1. Геометрия микрозахвата. Сечение Oxz с вертикальным G_1 и горизонтальным G_2 расположением входного и выходного каналов (а); сечение Oxy для радиатора с i ребрами $G_3(i)$ (б)
 Fig. 1. Micro-grip geometry. Section Oxz with vertical G_1 and horizontal G_2 location of the inlet and outlet channels (a); section Oxy for a radiator with i fins $G_3(i)$ (b)

Граничные условия для скорости жидкости (условие залипания и заданный профиль скорости на входном отверстии):

$$\begin{aligned} \Gamma_1, \Gamma_2 : \quad & u_x = 0, \quad u_y = 0, \\ \Gamma_3(G_1) : \quad & u_x = 0, \quad u_z(x) = -u_m \left[1 - \left(\frac{x_c - x}{R/2} \right)^2 \right], \quad \Gamma_4(G_1) : \quad u_x = 0, \\ \Gamma_3(G_2) : \quad & u_x(y) = u_m \left[1 - \left(\frac{y_c - y}{R/2} \right)^2 \right], \quad u_z = 0, \quad \Gamma_4(G_2) : \quad u_z = 0, \\ \Gamma_3(G_3) : \quad & u_x(y) = u_m \left[1 - \left(\frac{y_c - y}{R/2} \right)^2 \right], \quad u_y = 0, \quad \Gamma_4(G_3) : \quad u_y = 0. \end{aligned}$$

Здесь u_m — модуль максимальной скорости втекающей жидкости; x_c, y_c — координаты центра входного отверстия; R — ширина входного и выходного отверстий. Профили скорости $u_x(y)$ и $u_z(x)$ соответствуют течению Пуазейля в плоском канале [9].

Граничные условия для температуры жидкости первого рода (через входное отверстие втекает жидкость с температурой T_0)

$$\Gamma_3 : T = T_0$$

и третьего рода (Ньютона – Рихмана, теплообмен между жидкостью и радиатором пропорционален разности температур жидкости T_f и радиатора T_r)

$$\Gamma_2(G_1, G_2) : -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_r - T_f). \quad (6)$$

Здесь α — коэффициент теплопередачи между твердым телом и жидкостью; n — нормаль к поверхности. Граничные условия для температуры радиатора второго рода (закон Фурье) определяют тепловой поток от элемента Пельтье к радиатору:

$$\Gamma_5(G_1, G_2) : -\lambda_r \frac{\partial T}{\partial n} = q_T.$$

Здесь $\lambda_r = \chi_r c_{pr} \rho_r$ — коэффициент теплопроводности радиатора; c_{pr} — изобарная удельная теплоемкость; ρ_r — объемная плотность; q_T — плотность теплового потока, связанная с величиной рассеиваемой элементом Пельтье тепловой мощности W соотношением $q_T = W/(\ell_{\Gamma_5} \ell_*)$, где ℓ_{Γ_5} — длина области контакта элемента Пельтье с радиатором вдоль оси Ox ; ℓ_* — длина области контакта вдоль оси Oz (при моделировании использовалась длина $\ell_* = \ell_{\Gamma_5}$, т.е. площадь контакта элемента Пельтье с радиатором представляла собой квадрат размером $\ell_{\Gamma_5} \times \ell_{\Gamma_5}$). Для геометрии G_3 граница Γ_5 отсутствует (так как находится в другой плоскости), поэтому тепловой поток q_T задается на границе Γ_2 :

$$\Gamma_2(G_3(i)) : -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_r - T_f) + q_T, \quad q_T = \frac{W}{2i(\ell_r + h_r)\ell_*}.$$

2. Результаты

На рис. 1 показана геометрия рассматриваемой модели (с соблюдением пропорций). Жидкость втекает во входное отверстие Γ_3 . В процессе теплообмена с радиатором Γ_2 жидкость нагревается и выходит через отверстие Γ_4 . Нагрев радиатора элементом Пельтье происходит через контактную область Γ_5 (для G_1, G_2) или непосредственно передачей тепла на Γ_2 (для $G_3(i)$). Для радиатора использовались параметры латуни марки Л96 [20]: плотность $\rho_r = 8850$ кг/м³, теплопроводность $\lambda_r = 245$ Вт/(м·К), изобарная удельная теплоемкость $c_{pr} = 389$ Дж/(кг·К), коэффициент температуропроводности $\chi_r = 7.117 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Ускорение свободного падения $g_y = -9.8$ м/с² для G_1, G_2 и $g_y = 0$ для G_3 . Коэффициент теплопередачи α между латунью и водой зависит от разности температуры между водой и радиатором, геометрии системы, скорости течения жидкости. Точное определение величины α возможно только с помощью эксперимента, поэтому в расчетах использовался диапазон значений $\alpha = 500 \dots 2500$ Вт/(м²·К), основанный на экспериментальных данных течения воды через латунные трубки [21].

Температура жидкости (воды) во входном канале составляет $T_0 = 293.15$ К (20 °С). Физические свойства воды сильно зависят от температуры, поэтому необходимо учесть температурную зависимость для объемной плотности $\rho(T)$, динамической вязкости $\mu(T)$, коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$ и изобарной теплоемкости $c_p(T)$. Остальные величины, входящие в модель, вычисляются по формулам: кинематическая вязкость $\nu(T) = \mu(T)/\rho(T)$, коэффициент температуропроводности $\chi(T) = \lambda(T)/(\rho(T)c_p(T))$. Температура оказывает сильное влияние на течение жидкости [22], поэтому переменные, отвечающие за материальные параметры жидкости, рассматривались как функции температуры. Аппроксимация этих величин проведена методом наименьших квадратов (точность определялась среднеквадратичным отклонением σ_i) по табличным значениям для $T = 0, 10, \dots, 100$ °С [23]:

$$\rho(T) = \sum_{n=0}^3 a_n^T (T - T_z)^n, \quad \sigma_\rho = 0.077, \quad \eta(T) = \sum_{n=0}^4 b_n^T (T - T_z)^n, \quad \sigma_\eta = 4.4 \cdot 10^{-10},$$

$$\lambda(T) = \sum_{n=0}^3 c_n^T (T - T_z)^n, \quad \sigma_\lambda = 1.5 \cdot 10^{-6}, \quad c_p(T) = \sum_{n=0}^5 d_n^T (T - T_z)^n, \quad \sigma_{c_p} = 0.51,$$

с реперной температурой $T_z = 273.15$ К и коэффициентами аппроксимации $a_0 = 999.95$, $a_1^T = 2.02 \cdot 10^{-2}$, $a_2^T = -5.92 \cdot 10^{-3}$, $a_3^T = 1.57 \cdot 10^{-5}$, $b_0^T = 1.79 \cdot 10^{-3}$, $b_1^T = -5.59 \cdot 10^{-5}$, $b_2^T = 1.00 \cdot 10^{-6}$, $b_3^T = -9.26 \cdot 10^{-9}$, $b_4^T = 3.32 \cdot 10^{-11}$, $c_0^T = 0.561$, $c_1^T = 2.09 \cdot 10^{-3}$, $c_2^T = -8.38 \cdot 10^{-6}$, $c_3^T = -6.65 \cdot 10^{-9}$, $d_0^T = 4217.5$, $d_1^T = -3.49$, $d_2^T = 0.116$, $d_3^T = -1.86 \cdot 10^{-3}$, $d_4^T = 1.52 \cdot 10^{-5}$, $d_5^T = -4.71 \cdot 10^{-8}$.

2.1. Определение оптимальных геометрических параметров

Проведем анализ влияния геометрических параметров на отвод тепла от радиатора жидкостью. Отношение конвективного теплопереноса к тепловой диффузии (число Пекле), амплитуда скорости и расход жидкости для плоского течения имеют вид [16]

$$\text{Pe} = \frac{c_p \rho u_m L_r}{\lambda}, \quad u_m = \frac{1}{8\mu} \frac{\Delta p}{L} R^2, \quad Q = \frac{1}{12\mu} \frac{\Delta p}{L} R^3, \quad (7)$$

где L_r — длина границы радиатор–жидкость; Δp — перепад давления между входным и выходным отверстиями; L — длина канала, связывающая входное и выходное отверстия (путь прохождения жидкости, зависит от геометрии). Для эффективного теплообмена необходимо увеличить число Пекле (увеличить L_r), обеспечить постоянство амплитуды скорости вдоль всего пути течения жидкости, равной значению u_m на входе. В геометрии G_1 и G_2 эти условия выполняются для $\ell_r = \ell - 2R$ и $h_r = h - R$. В геометрии $G_3(i)$ размеры ребер радиатора $\ell_r = \ell - R$ и $h_r = (h - r)/i$. При разделении потоков жидкости перепад давления Δp не менялся, а значение L менялось в зависимости от расположения ребра. Для постоянства амплитуды скорости $u_m \sim R^2/L \sim dh_r^2(n)/L_n$ в (7), зазоры $dh_r(n)$ между n и $n + 1$ ребром или стенкой (для центрального $n = 0$, для двух соседних с центральным $n = \pm 1$ и т. д.) равны

$$dh_r(n) = Rk_n / \sum_{j=-n}^n k_j, \quad k_n = \sqrt{\frac{\ell_r + nh_r/i}{\ell}} m_n,$$

где m_n — параметр, подбираемый для обеспечения равенства амплитуды скорости в любом из разделенных потоков ($m_1 = 1.067$ учитывает изменение направления течения при разделении входного потока, остальные $m_j = 1$). Сумма ширины всех зазоров $dh_r(n)$ равнялась R с точностью 100 %, а сумма расходов жидкости в зазорах отличалась от расхода жидкости на входном отверстии не более чем на 0.025 %.

На рис. 2, а показана зависимость изменения максимальной температуры радиатора ΔT от времени. В отсутствие течения (серая линия) ΔT растет в два этапа: сначала T_m увеличивается почти линейно, когда радиатор нагревается от элемента Пельтье, затем T_m растет линейно с меньшей скоростью из-за отвода тепла охлаждающей жидкостью от радиатора. Поскольку система замкнута, тепло накапливается неограниченно. При наличии течения жидкость отбирает тепло от радиатора и выводит его из системы. За время τ_T устанавливается стационарное состояние со значением ΔT_m относительно начальной температуры T_0 . Наибольшее значение ΔT_m соответствует G_1 и G_2 . Отметим, что в G_1 максимальный нагрев немного ниже (на 0.3 °C), чем в G_2 , но конструктивно в G_1 входной канал располагается рядом с элементом Пельтье и областью захвата, что может привести к ограничению области применения микрозахвата, поэтому рекомендуется использовать геометрию G_2 . Геометрия $G_3(i)$ по сравнению с G_1 и G_2 показывает бóльшую эффективность охлаждения, причем эффективность растет с увеличением количества ребер i с насыщением при $i \rightarrow \infty$. Отметим, что с увеличением i сохранение

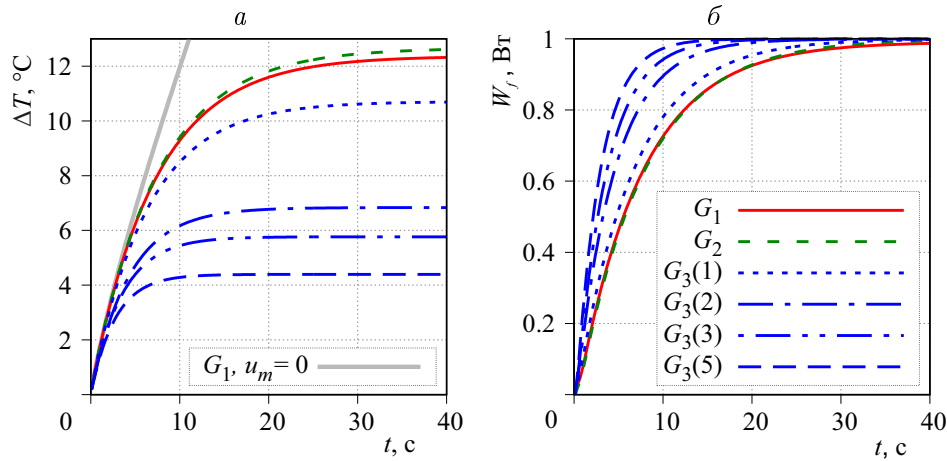


Рис. 2. Зависимость ΔT (а) и W_f (б) от времени: G_1 (—), G_2 (- -), $G_3(1)$ (···), $G_3(2)$ (- · -), $G_3(3)$ (- · · -), $G_3(5)$ (- - -); $W = 1$ Вт; $u_m = 3$ см/с; $\alpha = 1.5$ кВт/(м²·К); серая линия — G_1 , $u_m = 0$ см/с

Fig. 2. ΔT (a) and W_f (b) vs. time: G_1 (—), G_2 (- -), $G_3(1)$ (···), $G_3(2)$ (- · -), $G_3(3)$ (- · · -), $G_3(5)$ (- - -); $W = 1$ W; $u_m = 3$ sm/s; $\alpha = 1.5$ kW/(m²·K); gray line — G_1 , $u_m = 0$ sm/s

для амплитуды скорости значения u_m между ребрами обеспечивается ростом перепада давления: $i = 1 \rightarrow \Delta p = 13.3$ Па, $i = 2 \rightarrow \Delta p = 17.7$ Па, $i = 3 \rightarrow \Delta p = 30.3$ Па, $i = 5 \rightarrow \Delta p = 65.2$ Па. При использовании более пяти ребер незначительное увеличение эффективности охлаждения обеспечивается существенным повышением мощности насоса, а значит, и размерами. Для охлаждения микрозахвата предлагается использовать радиатор с тремя или пятью ребрами и микронасос, обеспечивающий $\Delta p = 30 - 70$ Па. Время выхода на стационарный режим $\tau_t \approx 40$ с для G_1 и G_2 и $\tau_t \approx 10 - 30$ с для $G_3(i)$ (с ростом i уменьшается τ_t).

Для проверки энергетического баланса производится расчет тепловой мощности, уносимой из системы жидкостью:

$$W_f = \int_{\Gamma_4} c_p(T)\rho(T)\Delta T(\mathbf{u}(\Gamma)\mathbf{n})\ell_* d\Gamma. \quad (8)$$

На рис. 2, б показана зависимость от времени передаваемой в систему тепловой мощности W и отводимой из нее W_f . Видно, что $W_f \rightarrow W$ и при выходе системы на стационарный режим $W_f \approx W$. Критерием выхода системы на стационарный режим выбирается условие достижения величиной W_f значения $0.999W$ (т. е. погрешность энергетического баланса составляла не более 0.1 %).

2.2. Эффективность охлаждения при стационарном течении

Установившаяся на радиаторе температура ΔT нелинейно зависит от коэффициента теплопередачи между жидкостью и радиатором α (рис. 3, а) и амплитуды скорости жидкости u_m (рис. 3, б). При снижении α и u_m температура ΔT и время τ_T значительно увеличиваются. С ростом α и u_m температура ΔT и время τ_T достигают насыщения в диапазоне $\Delta T = 3 \dots 11$ °С в зависимости от выбранной геометрии. Температура ΔT линейно зависит от тепловой мощности элемента Пельтье W , а τ_T от W не зависит.

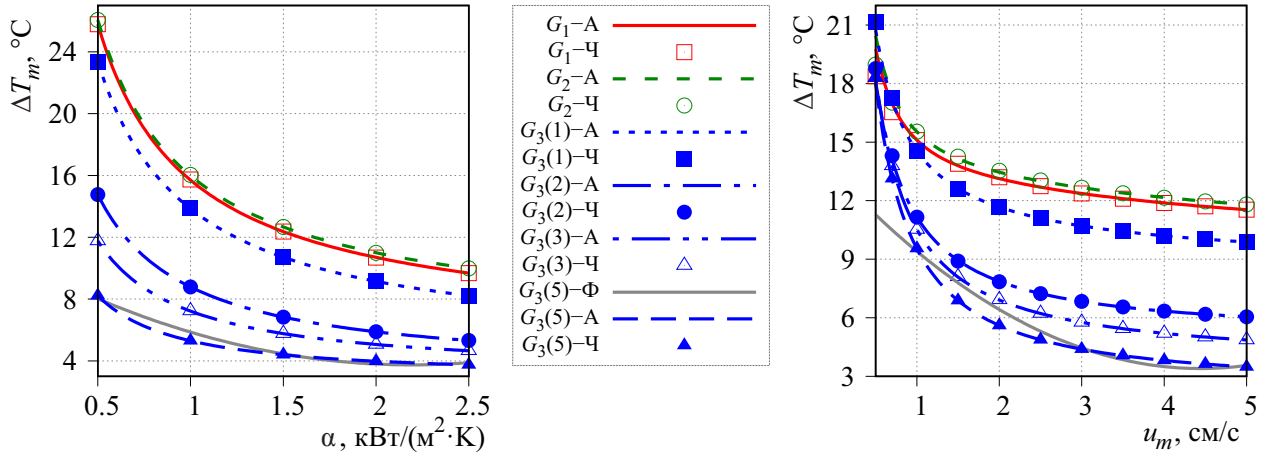


Рис. 3. Зависимость T_m от α при $u_m = 3$ см/с (а) и от u_m при $\alpha = 1.5$ кВт/(м²·К) (б); $W = 1$ Вт. Символы — численный расчет (Ч); линии — аппроксимация (13) (А); серая линия — аппроксимация (11) (Ф)

Fig. 3. T_m vs. α for $u_m = 3$ sm/s (a) and vs. u_m for $\alpha = 1.5$ kW/(m²·K) (б); $W = 1$ W. Symbols — numerical results (Ч); lines — approximation (13) (А); gray line — approximation (11) (Ф)

Исследуем механизм теплопереноса в системе элемент Пельтье – радиатор – жидкость. Рассмотрим сначала неподвижную жидкость в геометрии G_1 между радиатором с координатой $z = z_r$ и температурой T_r и стенкой с координатой $z = z_b$ и температурой $T_b = T_0$. В результате механизма теплопроводности (М1) со временем устанавливается равномерное распределение тепла, поскольку решением стационарного уравнения (для простоты пренебрегаем конвективным слагаемым) является линейная функция

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, T(y_r) = T_r, T(y_b) = T_b \quad \Rightarrow \quad T(y) = T_b + (T_r - T_b) \frac{y - y_b}{y_r - y_b}. \quad (9)$$

На рис. 4 показаны зависимости перепада температуры в некоторый момент времени для неподвижной жидкости (9) (пунктирная линия) и результатов моделирования при выходе системы на стационарный режим для скоростей $u_m = 1$ см/с (штриховая линия) и $u_m = 5$ см/с (сплошная линия) вдоль линии Γ_0 (см. обозначения на рис. 1). Видно, что вблизи радиатора температура жидкости ниже, чем на самом радиаторе из-за механизма теплообмена (М2) между жидкостью и радиатором: происходит выравнивание температуры на границе жидкость – радиатор (жидкость нагревается, радиатор охлаждается). Для оценки этого механизма рассмотрим одномерное приближение граничного условия (6) с решением

$$-\lambda \frac{dT}{dy} = \alpha(T_r - T) \quad \Rightarrow \quad T = T_r \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda}(y - y_r)\right), \quad (10)$$

т. е. изменение температуры жидкости вблизи границы насыщается экспоненциально (и напрямую зависит от коэффициента теплопередачи α), т. е. реальное значение вблизи границы будет ниже, чем в оценочной формуле (9).

За счет механизма движения жидкости (М3) осуществляется непосредственный перенос тепла. С ростом скорости в единицу времени отводится большее количество нагретой жидкости, следовательно, от радиатора отводится больше тепла (температура радиатора T_r уменьшается). На рис. 4 видно, что с ростом амплитуды скорости амплитуда температуры убывает непропорционально и значительно медленнее. Это связано

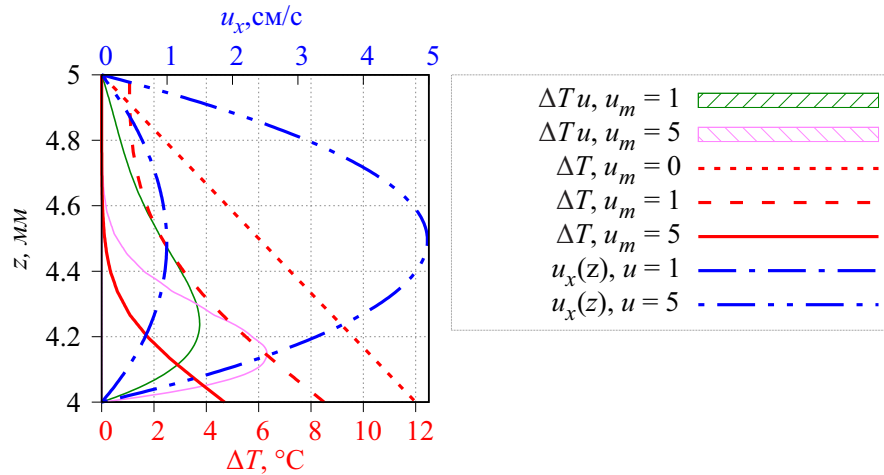


Рис. 4. Профиль ΔT , приближение ΔT по (9) и профиль u_x вдоль Γ_0 для $u_m = 1$ см/с и $u_m = 5$ см/с; $W = 1$ Вт. Заштрихованные области — произведения $\Delta T u_x$
 Fig. 4. Profile ΔT , approximation ΔT (9) and profile u_x along Γ_0 for $u_m = 1$ sm/s and $u_m = 5$ sm/s; $W = 1$ W. Shaded areas — product $\Delta T u_x$

с тем, что при уменьшении T_r эффективность захвата потоком жидкости тепла уменьшается (согласно (10) температура вблизи границы будет ниже).

Установившийся стационарный процесс необходимо рассматривать как динамическое равновесие: течение жидкости отводит тепло, но в результате механизма теплопроводности в самой жидкости (М4) происходит перенос тепла не только течением, но и внутренним перераспределением. Для примера рассмотрим решение одномерного уравнения теплопроводности в общем виде: $T(t) \sim \exp(-\beta t)$, где β — константа, зависящая от коэффициента теплопроводности и длины рассматриваемой области. Таким образом, температура от времени зависит экспоненциально, следовательно, с ростом скорости жидкости и уменьшением T_r глубина проникновения тепла будет ниже, а значит, профиль температуры вблизи границы будет не только ниже, но и ближе к границе. Это хорошо видно из рис. 4 по профилю температуры для малой скорости, где профиль температуры вблизи границы канала имеет высокое значение ($\Delta T \approx 1$ °C), а для более высокой скорости перепад температуры практически нулевой, т. е. М4 отвечает за перенос тепла поперек течения (вдоль линий течения температура меняется значительно меньше).

Рассмотрим взаимовлияние этих механизмов. Если течение очень медленное, то за счет теплопроводности М4 (с источником тепла М2) температура приближается к профилю М1, причем рост величины T_r ничем не ограничен (см. рис. 2, а, серая линия) и отвода тепла практически не будет. С ростом скорости течения главным механизмом становится отвод тепла течением М3, снижается вклад от М2 (из-за уменьшения T_r) и от М4 (отвод тепла производится быстрее, и оно не успевает распространиться в поперечном направлении).

Отметим, что время установления стационарного режима увеличивается с уменьшением амплитуды скорости u_m (за счет уменьшения вклада М3 из-за более медленного теплопереноса) и коэффициента теплопередачи α (за счет уменьшения вклада М2 из-за того, что радиатор греется быстрее, чем жидкость вблизи его поверхности).

Из энергетического баланса (вводимое в систему тепло в стационарном режиме должно полностью выводиться $W \rightarrow W_f$) видно влияние этих механизмов на отвод

тепловой мощности. В уравнении (8) скорость $u(\Gamma)$ определяется М3, разность температур $\Delta T \sim T_r$ — теплообменом (М2), а пересечение профилей температуры и скорости $\int_{\Gamma} (T - T_0)u(\Gamma)d\Gamma$ — теплопроводностью (М4). На рис. 4 показана область пересечения профилей температуры и скорости в виде заштрихованной области для разных скоростей жидкости. Площади этих областей пропорциональны отводимой из системы тепловой мощности (в стационарном режиме они между собой равны), а форма сильно зависит от u_m : с ростом скорости область нагрева располагается ближе к радиатору.

Отметим, что коэффициент α зависит от температуры и скорости течения жидкости, поэтому данный параметр при моделировании является подгоночным (определяемым из сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными).

2.3. Эффективность охлаждения при нестационарном течении

Рассмотрим зависимость амплитуды скорости течения жидкости от времени в виде

$$u_m = u_c + \Delta u f_u(t), \quad f_u(t) = \cos(2\pi ft),$$

где u_c — средняя скорость жидкости; Δu — амплитуда отклонения скорости жидкости от средней; f — частота изменения скорости. Заметим, что если величина Δu превысит величину u_c , то часть периода нагретая жидкость будет течь в обратном направлении и эффективность охлаждения снизится.

На рис. 5, а видно, что под действием осцилляций расхода жидкости температура радиатора T_m выходит на периодический колебательный режим с частотой f , а пиковые значения за период могут на 20 % превышать температуру в стационарном режиме,

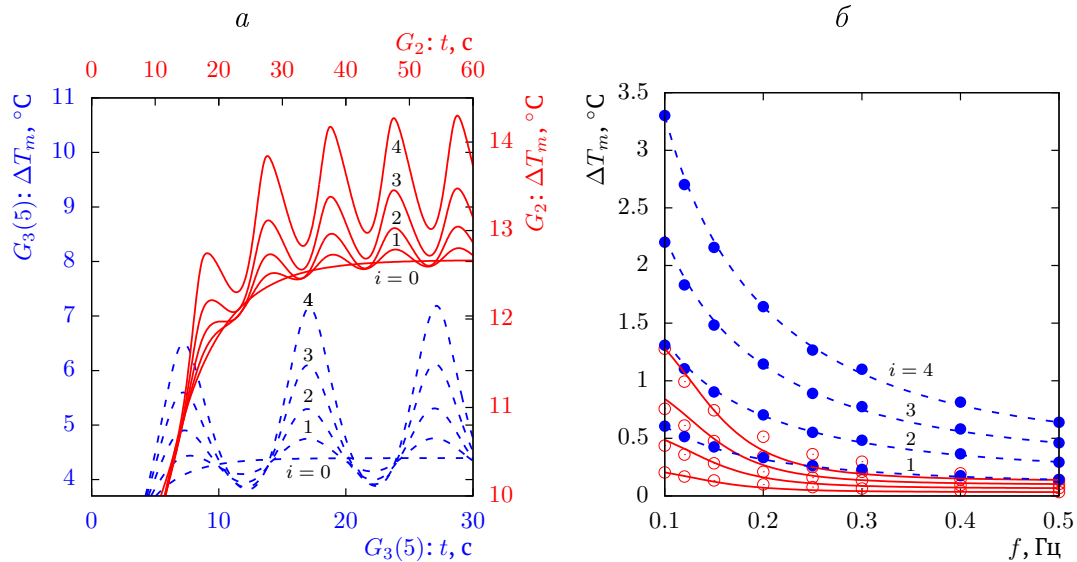


Рис. 5. Зависимость ΔT от времени t (а) и частоты f (б) для $G_3(5)$ (пунктирные линии, диски) и G_2 (сплошные линии, круги) для $\Delta u = iu_c/4$; $W = 1$ Вт; $\alpha = 1.5$ кВт/(м²·К); $u_c = 3$ см/с. На рис. б: символы — численный расчет; линии — аппроксимация (15)

Fig. 5. ΔT vs. time t (a) and frequency f (b) for $G_3(5)$ (dashed lines, discs) and G_2 (solid lines, circles) for $\Delta u = iu_c/4$; $W = 1$ W; $\alpha = 1.5$ kW/(m²·K); $u_c = 3$ sm/s. On fig. б: symbols — numerical results; lines — approximation (15)

что необходимо учитывать при проектировании технического устройства. Время установления периодического режима совпадает со временем установления стационарного режима для случая постоянной амплитуды скорости. На рис. 5, б показана зависимость амплитуды установившихся колебаний температуры δT от частоты f . С ростом частоты f и уменьшением амплитуды изменения скорости Δu амплитуда колебаний температуры ΔT уменьшается.

2.4. Элемент вычислительного стенда

В системах контроля и управления техническим устройством необходимо менять параметры работы в реальном времени. Простые аналитические формулы для системы управления в виде элемента вычислительного стенда (ЭВС) строятся с помощью аппроксимации результатов полного численного моделирования. Поскольку решаемая задача зависит от нескольких параметров, сначала определим влияние этих параметров на эффективность охлаждения с помощью метода обработки результатов вычислительного эксперимента второго порядка — центрального ортогонального композиционного планирования (ОЦКП) (подробная схема изложена, например, в [15]).

Определим входные X_i и выходные Y_i параметры. Для стационарного течения входными параметрами будут тепловая мощность элемента Пельтье W , амплитуда скорости $X_1 = u_c$ и коэффициент теплопередачи $X_2 = \alpha$, выходным параметром — максимальная температура $Y_1 = T_m$, установившаяся на радиаторе. При нестационарном течении добавляются частота $X_3 = f$ изменения скорости и амплитуда отклонения скорости от средней $X_4 = \Delta u$; в качестве выходных параметров дополнительно выбираем амплитуду колебаний температуры $Y_2 = \Delta T$ и время выхода температуры на периодический режим $Y_3 = \tau_T$. Поскольку параметр W влияет на T_m линейно, включать его в схему ОЦКП не нужно, достаточно будет учесть линейный характер зависимости в окончательной аналитической формуле. Для удобства анализа данных естественные параметры X_i нормируются на интервале $[X_i^{\min}, X_i^{\max}]$ в интервал $[-1, +1]$ с помощью аффинного преобразования $x_i = (X_i - X_i^0) / X_i^l$, где $X_i^0 = (X_i^{\max} + X_i^{\min}) / 2$ — центральная точка; $X_i^l = (X_i^{\max} - X_i^{\min}) / 2$ — максимальное отклонение параметра от центральной точки. Расчеты проводились для геометрии $G_3(5)$.

Для стационарной задачи ЭВС строится по полиному ОЦКП в виде

$$\Delta T_m = (W/W_0)[a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 + a_4(x_1^2 - \beta_2) + a_5(x_2^2 - \beta_2) - T_0], \quad (11)$$

где W_0 — тепловая мощность, для которой производились все расчеты для ОЦКП; W — тепловая мощность для текущей аппроксимации; x_1 и x_2 — нормированные значения u_m и α для текущей аппроксимации; $\beta_2 = 2/3$. Коэффициенты (в градусах Кельвина): $a_0 = 308.8$, $a_1 = -2.4$, $a_2 = -8.5$, $a_3 = -0.15$, $a_4 = 1.5$, $a_5 = 6.7$; температура окружающей среды T_0 задается в градусах Кельвина. По коэффициентам a_i можно определить, что T_m уменьшается с ростом скорости жидкости u_m и коэффициента теплопередачи α ($a_1 < 0$, $a_2 < 0$); зависимость нелинейная и насыщающаяся ($a_4 > 0$, $a_5 > 0$), а взаимовлияние этих параметров минимально ($|a_3| \ll a_i$, $i \neq 3$). Выбранные параметрические интервалы позволяют провести качественную оценку влияния параметров на ΔT_m ; количественное согласование внутри интервала обеспечивается с погрешностью до 8 % для α и до 15 % для u_m (серая линия на рис. 3).

Т а б л и ц а 1. Коэффициенты полиномов (12) для ΔT_m , δT и τ_T
 Table 1. Polynomial coefficients (12) for ΔT_m , δT and τ_T

Функ- ция	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}
ΔT_m	303.7	-6	-4	-0.3	0.4	-0.24	0.1	0	0	-0.1	-0.17	5.5	1.4	-6.5	-6.6
$10\delta T$	7.7	-1.6	1.7	-4.1	4.4	0.7	1.4	-0.9	0.4	0.7	-2.3	-0.7	-0.71	2.5	0.9
τ_T	45	-27	-13	-3.2	2	-3.1	0.6	-1.3	0	-0.6	0.6	27	1.8	-27	-30

В динамическом режиме добавляются две переменные — $x_3(f)$ и $x_4(\Delta u)$:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_1x_2 + b_6x_1x_3 + b_7x_1x_4 + b_8x_2x_3 + b_9x_2x_4 + b_{10}x_3x_4 + b_{11}(x_1^2 - \beta_4) + b_{12}(x_2^2 - \beta_4) + b_{13}(x_3^2 - \beta_4) + b_{14}(x_4^2 - \beta_4), \quad (12)$$

где $\beta_4 = 0.8$; значения коэффициентов для T_{\max} , ΔT и τ_T приведены в табл. 1. Видно, что T_{\max} зависит от линейных и квадратичных слагаемых, а вклад парных взаимодействий практически отсутствует. В амплитуду колебаний температуры основной вклад вносят динамические параметры f и Δu . Время релаксации температуры τ_T зависит от линейных слагаемых u_m и α и от квадратичных при u_m , f и Δu , а от парных взаимодействий практически не зависит.

При необходимости точность можно повысить разделением интервала на подынтервалы с построением ОЦКП для каждого подынтервала. Недостатком данного подхода является то, что для каждого подынтервала необходимо провести свой набор из k вычислений. С учетом слабого парного взаимодействия a_3 , а также асимптотических особенностей ($T_m \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow 0$ и/или $u_m \rightarrow 0$; $T_m \rightarrow \text{const}$ с ростом α и u_m) можно построить более точную формулу для аппроксимации стационарного режима:

$$\Delta T(\alpha, u_m, W) \approx \frac{W}{W_0} \left(c_0 + \frac{c_1}{\alpha} + \frac{c_2}{u_m} + \frac{c_3}{\alpha + u_m} + \frac{c_4}{(\alpha + u_m)^2} - T_0 \right), \quad (13)$$

где α задается в кВт/(м²·К), u_m — в см/с, а коэффициенты c_i (табл. 2) определяются решением системы линейных уравнений $\Delta T(\alpha_i, u_i, W = 1) = \Delta T_i$. Здесь ΔT_i — полученные в численном моделировании значения T_m для пяти пар параметров $(\alpha_i; u_i)$: (0.5; 1), (0.5, 3), (0.5, 5), (1.5; 3), (2.5, 3). На рис. 3 аппроксимация (13) показана черными линиями. Погрешность этой формулы во всем параметрическом интервале менее 1%.

При осциллирующем с частотой f изменении скорости перепад температуры за время релаксации температуры τ_T выйдет на периодический режим колебаний с той же частотой. Полная амплитуда колебаний состоит из постоянной части, определяемой (13), и нестационарной части $\delta T(f, k_u, W)f_u(t)$:

$$\delta T(\alpha, u_m, f, k_u, W) \approx \Delta T(\alpha, u_m, W) + \delta T(f, k_u, W)f_u(t), \quad (14)$$

аппроксимируемой функцией

$$\delta T(f, k_u) \approx \frac{W}{W_0} \left(d_0 + \frac{d_1 + d_2k_u}{f + d_3f^2 + d_4f^3} \right) k_u, \quad k_u = \frac{\delta u}{u_m}, \quad (15)$$

обладающей следующими свойствами: $\delta T(f, k_u = 0) = 0$; $\delta T(f \rightarrow 0, k_u) \rightarrow \infty$; $\delta T(f \rightarrow \infty, k_u) \rightarrow \text{const}$; с ростом f и k_u амплитуда температуры δT уменьшается

Т а б л и ц а 2. Коэффициенты c_i (13) и d_i (15)Table 2. Coefficients c_i (13) and d_i (15)

Геометрия	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4
G_2	295.6	10.32	6.92	12.75	-36.31	0.1286	0.02095	0.02419	-11.41	53.38
$G_3(5)$	293.3	3.083	9.0	-3.314	-2.347	0.3998	0.18	0.1222	-0.211	6.524

нелинейно с насыщением. Коэффициенты d_i (табл. 2) определялись решением системы линейных уравнений $\delta T(f, k_u, W = 1) = \delta T_i$, где $\delta T(f, k_u, W)$ — полученные в численном моделировании значения δT_m для пяти пар параметров $(f; k_u)$: (0.1; 0.25), (0.5, 0.25), (0.1, 1), (0.5; 1), (0.25, 1). На рис. 5, б линиями показаны аппроксимации по формуле (15) для двух геометрий — $G_3(5)$ и G_2 . Видно, что предложенная формула имеет хорошие как качественное, так и количественное соответствия результатам численного моделирования (погрешность не более 5% для k_u и не более 3% для f).

Приближенные формулы, полученные для стационарного (14) и нестационарного (15) течений охлаждающей жидкости могут быть использованы как элемент в вычислительном стенде микрозахвата, а также в программном обеспечении системы управления устройством для координации работы жидкостного охлаждения камеры и самого микрозахвата в реальном времени.

Заключение

В работе представлена компьютерная модель жидкостной системы охлаждения камеры микрозахвата. Изучено влияние на эффективность охлаждения радиатора таких параметров, как: геометрия внутренней камеры микрозахвата и радиатора, расположение входного и выходного каналов, вводимая в систему тепловая мощность, скорость течения жидкости во входном канале. В геометрии G_1 и G_2 с элементом Пельтье мощностью $W = 1$ Вт радиатор нагревается до температуры $\Delta T_m \approx 8 \dots 26$ °C в зависимости от коэффициента α и скорости u_m . В G_3 при тех же параметрах — до $\Delta T_m \approx 3 \dots 16$ °C и с ростом количества ребер радиатора ΔT_m снижается. Нестационарное течение охлаждающей жидкости может значительно снизить эффективность системы охлаждения. На основе результатов компьютерного моделирования получены аналитические формулы, которые можно использовать в системе управления микрозахватом.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке государственного задания № 0246-2018-007.

Список литературы

- [1] **Kakaç S., Kosoy B., Li D., Pramuanjaroenkij A.** Microfluidics based microsystems: Fundamentals and applications. Springer; 2010: 618. DOI:10.1007/978-90-481-9029-4.
- [2] **Cotta R.M., Knupp D.C., Naveira-Cotta C.P.** Analytical heat and fluid flow in microchannels and microsystems. Springer; 2016: 164. DOI:10.1007/978-3-319-23312-3.
- [3] **Dietzel A.** Microsystems for pharmatechnology. Manipulation of fluids, particles, droplets, and cells. Springer; 2016: 348. DOI:10.1007/978-3-319-26920-7.
- [4] **Kakaç S., Yüncü H., Hijikata K.** Cooling of electronic systems. Springer Netherlands; 1994: 962. DOI:10.1007/978-94-011-1090-7.

- [5] **Gad-el-Hak M.** MEMS. Applications. CRC Press; 2005: 568.
- [6] **Даринцев О.В., Мигранов А.Б.** Патент 2261795 РФ, МПК 7В 25J 7/00, 15/00. Капиллярный микрозахват с обратной связью № 2004105379; заявл. 24.02.2004 г.; опубл. 10.10.2005. Бюл. № 28. 6 с.
- [7] **Afshari F.** Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. 2020; DOI:10.1007/s10973-020-09500-6.
- [8] **Laser D.J., Santiago J.G.** A review of micro pumps. Journal of Micromechanics and Microengineering. 2004; (14):R35–R64. DOI:10.1088/0960-1317/14/6/R01.
- [9] **Bruus H.** Theoretical microfluidics. Lecture notes third edition. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark; 2006: 247.
- [10] **Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш.** Течение жидкости через гидросопротивление с динамически изменяемой геометрией. Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017; 12(1):59–66. DOI:10.21662/uim2017.1.009.
- [11] **Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Даринцев О.В.** Изучение течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом канал. Многофазные системы. 2018; 13(3):1–10. DOI:10.21662/mfs2018.3.001.
- [12] **Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Даринцев О.В.** Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата. Мехатроника, автоматизация, управление. 2019; 20(12):740–750. DOI:10.17587/mau.20.740-750.
- [13] **Насибуллаев И.Ш., Даринцев О.В.** Двумерная динамическая модель взаимодействия жидкости и пьезоэлектрического привода с поперечным изгибом в плоском канале. Многофазные системы. 2019; 14(4):220–232. DOI:10.21662/mfs2019.4.029.
- [14] **Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В.** Планирование эксперимента при выборе оптимальных условий. М.: Наука; 1976: 280.
- [15] **Насибуллаев И.Ш.** Разработка компьютерной модели основного элемента агрегата дозирования топлива. Вычислительные технологии. 2016; 21(2):26–41.
- [16] **Ландау Л., Лифшиц Е.М.** Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука; 1988: 736.
- [17] **Patankar S.V.** Numerical heat transfer and fluid flow. Taylor and Francis; 1980: 197.
- [18] **Hecht F.** New development in FreeFem++. Journal of Numerical Mathematics. 2012; 20(3–4):251–265. DOI:10.1515/jnum-2012-0013.
- [19] **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир; 1980: 618.
- [20] ГОСТ 15527-2004. Сплавы медно-цинковые (латуни), обрабатываемые давлением.
- [21] **Шляхин П.Н., Бершадский М.Л.** Краткий справочник по паротурбинным установкам. М.; Л.: Госэнергоиздат; 1961: 128.
- [22] **Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш.** Влияние температуры на динамику течения жидкости в технических системах с жиклерами. Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2016; 11(1):1–9. DOI:10.21662/uim2016.1.001.
- [23] **Волков А.И., Жарский И.М.** Большой химический справочник. Мн.: Современная школа; 2005: 608.
-

MATHEMATICAL MODELLING

DOI:10.25743/ICT.2021.26.2.002

Computer 2D modelling of a micro-grip fluid cooling systemNASIBULLAYEV ILDAR SH.^{1,*}, DARINTSEV OLEG V.^{1,2}¹Mavlutov Institute of Mechanics UIC RAS, 450054, Ufa, Russia²Ufa State Aviation Technical University, 450077, Ufa, Russia*Corresponding author: Nasibullayev Ildar Sh., e-mail: sp.ishn@gmail.com

Received July 27, 2020, revised December 14, 2020, accepted December 21, 2020

Abstract

Numerical simulation of a micro-grip chamber fluid cooling system is presented. The mathematical models for mass and heat transfer in a fluid, heat exchange between the fluid and the radiator as well as the heat exchange between the radiator and the Peltier element are constructed in a variational form. The equations of hydrodynamics and heat equations were simulated by the finite element method in the FreeFem++ software. The influence of the geometric and physical parameters of the cooling system chamber on the efficiency of the device is determined. It is shown that as the heat transfer coefficient between the radiator and the fluid and the velocity of the coolant increases, the maximum steady-state temperature on the radiator nonlinearly decreases with saturation. When flow of coolant oscillates then the temperature on the radiator so does with the flow frequency. As the flow frequency increases, the amplitude of temperature fluctuations decreases. The increasing amplitude of flow oscillations leads to the amplification of the temperature amplitude. Using orthogonal central compositional method, the influence of the parameters (heat transfer coefficient, fluid velocity) on the efficiency of the cooling system is found, and the contribution of pairwise interaction is determined. Based on the results of numerical modelling, simple analytical formulas are proposed that can be used in the software module of the micro-grip cooling control system.

Keywords: hydrodynamics, heat transfer, micro-grip, finite element method, orthogonal central composition planing.

Citation: Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V. Computer 2D modelling of a micro-grip fluid cooling system. Computational Technologies. 2021; 26(2):4–20. DOI:10.25743/ICT.2021.26.2.002. (In Russ.)

Acknowledgements. This work was supported by funds of the state assignment No. 0246-2018-007.

References

1. **Kakaç S., Kosoy B., Li D., Pramuanjaroenkij A.** Microfluidics based microsystems: Fundamentals and applications. Springer; 2010: 618. DOI:10.1007/978-90-481-9029-4.
2. **Cotta R.M., Knupp D.C., Naveira-Cotta C.P.** Analytical heat and fluid flow in microchannels and microsystems. Springer; 2016: 164. DOI:10.1007/978-3-319-23312-3.
3. **Dietzel A.** Microsystems for pharmatechnology. Manipulation of fluids, particles, droplets, and cells. Springer; 2016: 348. DOI:10.1007/978-3-319-26920-7.
4. **Kakaç S., Yüncü H., Hijikata K.** Cooling of electronic systems. Springer Netherlands; 1994: 962. DOI:10.1007/978-94-011-1090-7.
5. **Gad-el-Hak M.** MEMS. Applications. CRC Press; 2005: 568.
6. **Darintsev O.V., Migranov A.B.** Capillary micro-grip with feedback. Patent RF No. 2261795 RU, 2005. (In Russ.).

7. **Afshari F.** Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2020; DOI:10.1007/s10973-020-09500-6.
8. **Laser D.J., Santiago J.G.** A review of micro pumps. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2004; (14):R35–R64. DOI:10.1088/0960-1317/14/6/R01.
9. **Bruus H.** Theoretical microfluidics. Lecture notes third edition. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark; 2006: 247.
10. **Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh.** Fluid flow through the hydraulic resistance with a dynamically variable geometry. *Proceedings of the Mavlyutov's Institute of Mechanics USC RAS*. 2017; 12(1):59–66. DOI:10.21662/uim2017.1.009. (In Russ.)
11. **Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V.** Study of fluid flow through a channel deformed by piezoelement. *Multiphase Systems*. 2018; 13(3):1–10. DOI: 10.21662/mfs2018.3.001 (In Russ.).
12. **Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V.** Simulation of fluid flow through a elastic microchannel deformed by a piezoelement in microgrip cooling systems. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2019; 20(12):740–750. DOI:10.17587/mau.20.740-750. (In Russ.)
13. **Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V.** Two-dimensional dynamic model of the interaction of a fluid and a piezoelectric bending actuator in a plane channel. *Multiphase Systems*. 2019; 14(4):220–232. DOI:10.21662/mfs2019.4.029. (In Russ.).
14. **Adler U.P., Markova E.V., Granovskiy U.V.** Experiment plans with selecting the optimal conditions. Moscow: Nauka; 1976: 280. (In Russ.).
15. **Nasibullayev I.Sh.** The development of a computer model for the main element of the fuel metering unit. *Computational Technologies*. 2016; 21(2):26–41. (In Russ.)
16. **Landau L.D., Lifshitz E.M.** Fluid mechanics. Vol. 6 (2nd ed.). Butterworth-Heinemann; 1987: 552.
17. **Patankar S.V.** Numerical heat transfer and fluid flow. Taylor and Francis; 1980: 197.
18. **Hecht F.** New development in FreeFem++. *J. Numer. Math.* 2012; 20(3–4):251–265. DOI:10.1515/jnum-2012-0013.
19. **Roache P.J.** Computational fluid dynamics. Hermosa Publishers; 1976: 446.
20. GOST 15527–2004. Pressure treated copper-zinc alloys (brass) (In Russ.)
21. **Shlyakhin P.N., Bershadsky M.L.** A brief guide to steam turbine plants. M.; L.: Gosenergoizdat; 1961: 128. (In Russ.)
22. **Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh.** The effect of temperature on the fluid flow dynamics in technical systems with jets. *Proceedings of the Mavlutov Institute of Mechanics USC RAS*. 2016; 11(1):1–9. DOI:10.21662/uim2016.1.001. (In Russ.)
23. **Volkov A.I., Zharsky I.M.** Big chemical reference book. Mn: Sovremennaya Shkola; 2005: 608. (In Russ.)